評卷參考

本文件供閱卷員參考而設，並不應被視為標準答案。考生以及沒有參與評卷工作的教師在詮釋文件內容時應小心謹慎。

一般閱卷原則

1. 評卷時，閱卷員須跟循評卷參考的評分標準給分，這是十分重要的。很多時學生會運用評卷參考以外的方法而得到正確答案，一般來說，只要運用合理的方法而取得正確答案，該學生應可獲得該部分的**所有分數**（除題目特別指明特定方法外）。閱卷員應有耐性地評閱評卷參考以外的解題方法。

2. 在評卷參考中，分數會分為下列三類：

「M」分	使用正確方法的得分；
「A」分	正確答案的得分；
沒有「M」分或「A」的分	正確地完成證題或推演得題目所給的答案的得分。

   某些題目由數部分組成，而較後部分的答案卻需依賴較前部分所得的結果。在這情況下，若考生因為前部分錯誤的結果而導致後部分的答案錯誤，但卻能運用正確的方法去解題，則方法正確的步驟可給「M」分，而相應的答案將沒有「A」分（除特別指明外）。

3. 為方便閱卷員評卷，評卷參考已盡量詳盡。當然，考生的答案多不會如評卷參考般清楚列寫出來，諸如欠缺某幾個步驟或將步驟隱含於字裏行間。如遇到類似情況，閱卷員應運用他們的專業知識去判斷是否給分。一般來說，如考生的答案顯示他已運用相關的概念或技巧，則該部分應予給分。

4. 評卷時遇有不清楚的地方，應以考生的利益為依歸。

5. 評卷參考中，塗上陰影的部分代表可省略的步驟，有外框的部分代表運用不同方法的答案。所有分數答案必須化簡。

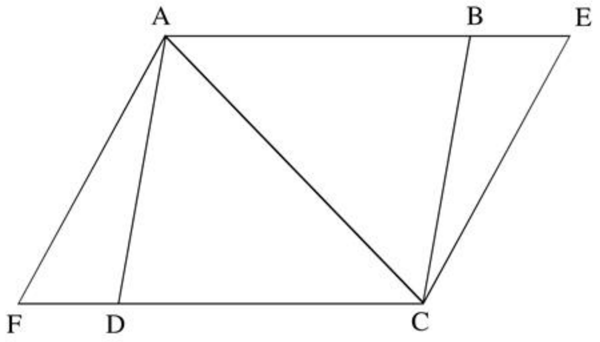
試卷一

解	分	備註
1. $\dfrac{(x^4y^{-3})^2}{x^{-4}y^7}$		
$=\dfrac{x^8y^{-6}}{x^{-4}y^7}$	1M	給 $(ab)^m=a^mb^m$ 或 $(a^m)^n=a^{mn}$
$=\dfrac{x^{8+4}}{y^{7+6}}$	1M	給 $\dfrac{1}{c^{-p}}=c^p$ 或 $\dfrac{c^p}{c^q}=c^{p-q}$
$=\dfrac{x^{12}}{y^{13}}$	1A	或 $c^{-p}=\dfrac{1}{c^p}$ 或 $\dfrac{c^p}{c^q}=\dfrac{1}{c^{q-p}}$
	---------(3)	
2. $t(2s-r)=4(s-5t)$		
$2ts-tr=4s-20t$	1M	給左方或右方全對
$2ts-4s=tr-20t$	1M	給將 s 放在一邊
$(2t-4)s=tr-20t$		
$s=\dfrac{tr-20t}{2t-4}$	1A	給 $s=\dfrac{20t-tr}{4-2t}$ 或等價
	---------(3)	
3. (a) $2p^2+pq-6q^2$		
$=(2p-3q)(p+2q)$	1A	
(b) $2p^2+pq-6q^2+9q-6p$		
$=(2p-3q)(p+2q)+3(3q-2p)$	1M	給利用 (a) 的結果
$=(2p-3q)(p+2q-3)$	1A	或等價
	---------(3)	
4. (a) 小明買入玩具的價錢		
$=\$28\div 20\%$	1M	
$=\$140$	1A	
(b) 小強買入玩具的價錢		
$=\$(140+28)\times(1-25\%)$	1M	給 $\$P\times(1-25\%)$
$=\$168\times 75\%$		
$=\$126$	1A	
	---------(4)	

解	分	備註
5. 設女孩與男孩的人數分別為 5k 及 4k， 其中 k 為非零的常數。	1A	
則 $5k+72=2(4k)$	1M	
$3k=72$		
$k=24$	1A	
女孩有 120 人，男孩有 96 人。		
女孩與男孩人數之差		
$=120-96$		
$=24$ (人)	1A	
設女孩有 n 人，則男孩有 $\frac{4}{5}n$ 人。	1A	
$n+72=2(\frac{4}{5}n)$	1M	
$\frac{3}{5}n=72$		
$n=120$	1A	
女孩與男孩人數之差		
$=120-\frac{4}{5}\times 120$		或 $120\times\frac{1}{5}$
$=24$ (人)	1A	
設男孩有 n 人，則女孩有 $\frac{5}{4}n$ 人。	1A	
$\frac{5}{4}n+72=2n$	1M	
$\frac{3}{4}n=72$		
$n=96$	1A	
女孩與男孩人數之差		
$=96\times\frac{5}{4}-96$		或 $96\times\frac{1}{4}$
$=24$ (人)	1A	
	---------(4)	
6. (a) $\frac{1-4x}{2}\geq 9$		
$1-4x\geq 18$		
$-4x\geq 17$	1M	
$x\leq -\frac{17}{4}$	1A	
由 $5-x<0$ 得 $x>5$		
因此 (*) 的解為 $x\leq -\frac{17}{4}$ 或 $x>5$。	1A	或等價
(b) -5	1A	
	---------(4)	

		解	分	備註
7.	(a)	P' 的坐標為 (5 , 4) 。	1A	或 $P'=(5,4)$ 或 $P'(5,4)$
	(b)	Q' 的坐標為 $(4-k,-8)$ 。	1A	或 $Q'=(4-k,-8)$ 或 $Q'(4-k,-8)$
		若 P'OQ' 成一直線，		
		則 $\dfrac{4-0}{5-0}=\dfrac{-8-0}{4-k-0}$	1M	或等價
		$4(4-k)=-40$		
		$4k=56$		
		$k=14$	1A	
		Q' 的坐標為 $(4-k,-8)$ 。	1A	
		若 P'OQ' 成一直線，		
		則 $\sqrt{(5-0)^2+(4-0)^2}+\sqrt{(4-k-0)^2+(-8-0)^2}$		
		$=\sqrt{(5-4+k)^2+(4+8)^2}$	1M	或等價
		$\sqrt{41}+\sqrt{k^2-8k+80}=\sqrt{145+2k+k^2}$		
		$41+2\sqrt{41}\cdot\sqrt{k^2-8k+80}+k^2-8k+80=145+2k+k^2$		
		$2\sqrt{41}\cdot\sqrt{k^2-8k+80}=10k+24$		
		$164(k^2-8k+80)=100k^2+480k+576$		
		$64k^2-1792k+12544=0$		
		$k^2-28k+196=0$		
		$k=14$	1A	
			---------(4)	
8.	(a)	其他 18 人成績之總和為 1266。		
		$50+a+80+b=70.2\times 20-1266$	1M	或等價
		$a+b=8$ ……(1)		
		又 $80+b-(50+a)=34$	1A	或 $b-a+30=34$
		$b-a=4$ ……(2)		
		解 (1)、(2) 兩式，得 $a=2$ ， $b=6$ 。	1A	給兩項均正確
	(b)	所求概率 $=\dfrac{6}{20}$	1M	
		$=\dfrac{3}{10}$	1A	
			---------(5)	

解	分	備註
9.		



(a) $\because$ $AB = CD$ (平行四邊形的對邊)
$BE = DF$ (已知)
$\therefore$ $AB + BE = CD + DF$
即 $AE = CF$
在 ΔACE 及 ΔCAF 中
$\because$ $AE = CF$ (已證)
$AC = CA$ (公共邊)
$\angle EAC = \angle FCA$ (內錯角， $AB // DC$)
$\therefore$ $\Delta ACE \cong \Delta CAF$ (SAS)

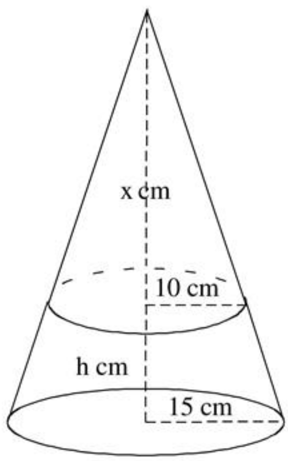
評分標準：	
情況 1　附有正確理由的任何正確證明。	3
情況 2　未附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 3　附有一正確理由和一正確步驟之未完整的證明。	1

(b) 由 (a) 得 $CE = AF = 20\text{cm}$
$\because$ $\angle ACB = \angle ABC$
$\therefore$ $AB = AC = 15\text{cm}$
$AE = 15\text{cm} + 10\text{cm} = 25\text{cm}$
$\because$ $AC^2 + CE^2 = 15^2 + 20^2$
$= 625 = AE^2$

解	分	備註
$\therefore$ $\angle ACE = 90°$	1M	必須顯示適當的步驟
ΔACE 的面積 $= \dfrac{15 \times 20}{2} = 150\,(\text{cm}^2)$	1A	
ΔACE 的半周長 $= \dfrac{15 + 25 + 20}{2} = 30\,(\text{cm})$		
ΔACE 的面積		
$= \sqrt{30(30-15)(30-25)(30-20)}$	1M	
$= 150\,(\text{cm}^2)$	1A	
	---------(5)	

		解	分	備註
10.	(a)	$C = a + bn$ ，其中 a 及 b 均為非零的常數。	1A	
		代入 $n = 4000$ ， $C = 152000$		
		得 $152000 = a + 4000b$ ------(1)	1M	給任何一項代入
		代入 $n = 6000$ ， $C = 222000$		
		得 $222000 = a + 6000b$ ------(2)		
		解 (1) 及 (2) 兩式，得 $a = 12000$ ， $b = 35$ 。	1A	給兩項均正確
		設出版了 m 本書籍。		
		則 $\frac{12000 + 35m}{m} = 40$		
		$m = 2400$	1A	
		∴ 出版了 2400 本書籍		
			---------(4)	
	(b)	總成本 $= \$(12000 + 35 \times 5000)$		
		$= \$187000$		
		書籍全部售出後的總收入		
		$= \$42 \times 5000$		
		$= \$210000$		
		$> \$187000$	1M	
		∴ 不同意該宣稱。	1A	必須顯示理由
		每本的成本		
		$= \$(\frac{12000 + 35 \times 5000}{5000})$		
		$= \$37.4$		
		$< \$42$	1M	
		∴ 不同意該宣稱。	1A	必須顯示理由
			---------(2)	
11.	(a)	X 點的坐標 $= (6, 8)$	1A	或 $X = (6,8)$ 或 $X(6,8)$
		C 的半徑 $= 13$	1A	接受 $r = 13$
			---------(2)	
	(b)	$L: 3x - 4y - 11 = 0$		
		L 的斜率 $= \frac{3}{4}$		接受 $m_L = \frac{3}{4}$ 或 $m = \frac{3}{4}$
		Γ 的斜率 $= -\frac{4}{3}$		接受 $m_\Gamma = -\frac{4}{3}$
		留意， Γ 過圓心 $X(6,8)$ 。		
		Γ 的方程為 $\frac{y-8}{x-6} = -\frac{4}{3}$	1M	或等價
		即 $4x + 3y - 48 = 0$		
		$H = (12, 0)$ ， $K = (0, 16)$	1A	給兩項均正確
		ΔOHK 的面積 $= \frac{12 \times 16}{2} = 96$		
		$\frac{1}{4}$ 圓 C 的面積 $= \frac{1}{4} \times \pi \times 13^2$		
		≈ 132.7322896		
		> 96	1M	
		故該宣稱正確。	1A	
			---------(4)	

解	分	備註
12. (a) 由中位數為 2.5，得		
$9+a=b+c+5$	1M	
$a=b+c-4$ ……(*)		
又 $a+b+9=28$	1A	
$b=19-a$		
代入 (*)，得 $2a=15+c$		
但 $a>10$，$3<c<8$，又 a、b 及 c 為正整數，		
故 $a=11$，$b=8$，$c=7$。	1A	
	---------(3)	
(b) 原有的平均值		
$=\dfrac{1\times9+2\times11+3\times8+4\times7+5\times5}{9+11+8+7+5}$		
$=2.7$	1A	
當報團人數為 2 及 3 時，會有最小的標準差。	1M	給任何一項
標準差 ≈ 1.299965114		
≈ 1.30	1A	
當報團人數為 1 及 5 時，會有最大的標準差。		
標準差 ≈ 1.367753011		
≈ 1.37	1A	
	---------(4)	

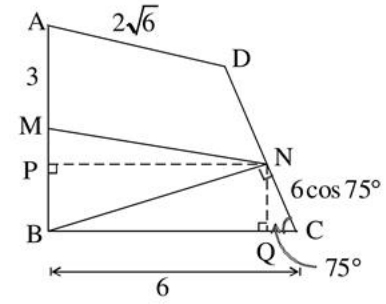
解	分	備註
13. 		
(a) $\frac{x}{x+h}=\frac{10}{15}$	1M	或 $\frac{x}{h}=\frac{10}{15-10}$
$15x=10x+10h$		
$5x=10h$		
$x=2h$		
因圓柱體與平截頭體的容量相等，		
故 $\pi\cdot 10^2(31-h)=\frac{1}{3}\pi\cdot 15^2(3h)-\frac{1}{3}\pi\cdot 10^2(2h)$	1M	
$3100-100h=\frac{1}{3}(675h-200h)$		
$9300-300h=475h$		
$h=12$	1A	
平截頭體的容量		
$=\pi\cdot 10^2(31-h)$		
$=1900\pi\ (\text{cm}^3)$	1A	接受答案準確至 5970 cm^3
平截頭體的容量 $=\frac{1}{3}\pi\cdot 15^2(36)-\frac{1}{3}\pi\cdot 10^2(24)$ $=1900\pi\ (\text{cm}^3)$	1A	接受答案準確至 5970 cm^3
	---------(4)	
(b) 設水在圓柱體內的深度為 H cm。		
$0.007\times 10^6-1900\pi=100\pi H$	1M	或 $0.007\times 10^6-5969.026042$ $=314.1592654H$
$H\approx 3.281692033$		
水的深度 $\approx 3.281692033+12$		
$=15.281692033$		
<15.5	1M	
故該宣稱不正確。	1A	
	---------(3)	

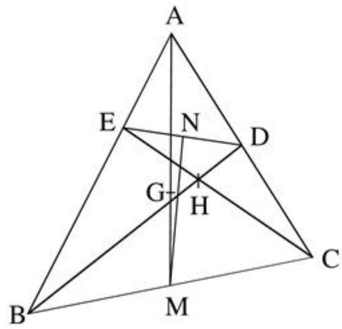
解	分	備註
14. (a) $\because\ p(-2)=p(3)=0$		
$\therefore\ p(x)$ 有因式 $x+2$ 及 $x-3$。	1A	
由於 $p(x)$ 是一個次數為 3 的多項式，		
故設 $p(x)=(x+2)(x-3)(ax+b)$，其中 a 、 b 為常數。	1M+1A	
$p(1)=-6(a+b)=-18$	1M	給任何一項
$a+b=3\ \cdots\cdots(1)$		
$p(2)=-4(2a+b)=-20$		
$2a+b=5\ \cdots\cdots(2)$		
解 (1)、(2) 兩式，得 $a=2$，$b=1$。	1A	給兩項均正確
$\therefore\ p(x)=(x+2)(x-3)(2x+1)$		$p(x)=2x^3-x^2-13x-6$
設 $p(x)=ax^3+bx^2+cx+d$，		
其中 a 、 b、c、d 為常數。		
$p(-2)=-8a+4b-2c+d=0$	1M+1A	給任何一項
$p(3)=27a+9b+3c+d=0$		
$p(1)=a+b+c+d=-18$		
$p(2)=8a+4b+2c+d=-20$		
解以上四式，		
得 $a=2$，$b=-1$，$c=-13$，$d=-6$。	1M+1A +1A	1M 給消去任一未知元 1A 給任何一項正確 1A 給四項全對
	---------(5)	
(b) $p(x)=3x-9$		
$(x+2)(x-3)(2x+1)=3(x-3)$		
$(x-3)[(x+2)(2x+1)-3]=0$	1M	給公因式 $(x-3)$
$(x-3)(2x^2+5x-1)=0$	1A	
$\therefore\ x=3$ 或 $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{33}}{4}$	1A	
由於 $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{33}}{4}$ 不是有理數，		
因此，$p(x)=3x-9$ 只有一個有理數根。	1A	必須顯示理由
$p(x)=3x-9$		
$2x^3-x^2-13x-6=3x-9$	1A	
$2x^3-x^2-16x+3=0$		
$(x-3)(2x^2+5x-1)=0$	1M	給因式 $x-3$
$\therefore\ x=3$ 或 $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{33}}{4}$	1A	
由於 $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{33}}{4}$ 不是有理數，		
因此，$p(x)=3x-9$ 只有一個有理數根。	1A	必須顯示理由
	---------(4)	

解	分	備註
15. 新的平均值 $=38\times110\%+8=49.8$ (分)		
新的標準差 $=10\times110\%=11$ (分)		
設小麗的分數為 x 分，		
則其新的標準分		
$=\dfrac{x(110\%)+8-49.8}{11}$	1M	
$=\dfrac{1.1x-41.8}{11}$		
$=\dfrac{x-38}{10}$		
$=-0.1$	1A	
<0		
因此，不同意該宣稱 。	1A	
設小麗原有的分數為 x 分，		
則 $\dfrac{x-38}{10}=-0.1$		
$x=37$		
小麗的新的標準分為		
$\dfrac{37(110\%)+8-49.8}{11}$	1M	
$=-0.1$	1A	
<0		
因此，不同意該宣稱 。	1A	
	---------(3)	
16. (a) 所求概率		
$=\dfrac{C_1^4C_1^4C_5^5+C_2^4C_2^4C_3^5+C_3^4C_3^4C_1^5}{C_7^{13}}$	1M	給分子任何兩項對
$=\dfrac{38}{143}$	1A	接受答案準確至 0.266
所求概率		
$=\dfrac{4}{13}\times\dfrac{4}{12}\times\dfrac{5}{11}\times\dfrac{4}{10}\times\dfrac{3}{9}\times\dfrac{2}{8}\times\dfrac{1}{7}\times P_2^7$		
$+\dfrac{4}{13}\times\dfrac{3}{12}\times\dfrac{4}{11}\times\dfrac{3}{10}\times\dfrac{5}{9}\times\dfrac{4}{8}\times\dfrac{3}{7}\times\dfrac{P_4^7}{2\times2}$	1M	給任何一項對
$+\dfrac{4}{13}\times\dfrac{3}{12}\times\dfrac{2}{11}\times\dfrac{4}{10}\times\dfrac{3}{9}\times\dfrac{2}{8}\times\dfrac{5}{7}\times\dfrac{P_6^7}{6\times6}$		
$=\dfrac{38}{143}$	1A	接受答案準確至 0.266
	---------(2)	
(b) 所求概率		
$=\dfrac{C_1^4C_1^4C_5^5+C_2^4C_2^4C_3^5}{C_1^4C_1^4C_5^5+C_2^4C_2^4C_3^5+C_3^4C_3^4C_1^5}$	1M	給分子或分母全對
$=\dfrac{47}{57}$	1A	接受答案準確至 0.825
	---------(2)	

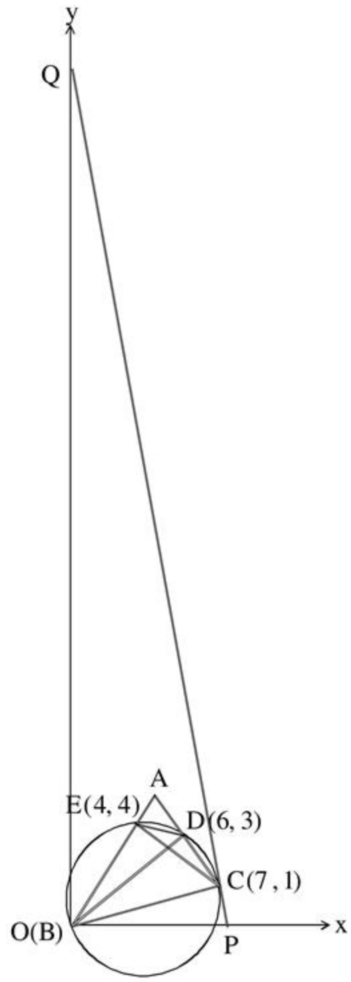
解			分	備註
17.	(a)	設數列的公比為 r，		
		則 $8r^{6-1}=1944$	1M	
		$r^5=243$		
		$r=3$	1A	
		∴ 公比 $=3$		
		數列的公比		
		$=\sqrt[5]{\dfrac{1944}{8}}$	1M	
		$=3$	1A	
			---------(2)	
	(b)	$\dfrac{8(3^n-1)}{3-1}>100\,000\,000$	1M	
		$3^n>25\,000\,001$		
		$n\log 3>\log 25\,000\,001$	1M	
		$n>\dfrac{\log 25\,000\,001}{\log 3}$		
		≈ 15.50536672		
		∴ n 的最小值為 16。	1A	
			---------(3)	
18.	(a)	$f(x)=-\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{1}{4}x+1$		
		$=-\dfrac{1}{2}(x^2-\dfrac{1}{2}x)+1$		
		$=-\dfrac{1}{2}(x^2-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{16}-\dfrac{1}{16})+1$	1M	
		$=-\dfrac{1}{2}(x-\dfrac{1}{4})^2+\dfrac{33}{32}$		
		圖像的頂點的坐標為 $(\dfrac{1}{4},\dfrac{33}{32})$	1A	
			--------(2)	
	(b)	$-\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{1}{4}x+1=c$		
		$2x^2-x+4c-4=0$		
		$x=\dfrac{1\pm\sqrt{1-8(4c-4)}}{4}$		
		$=\dfrac{1\pm\sqrt{33-32c}}{4}$		
		$PQ=\dfrac{1+\sqrt{33-32c}}{4}-\dfrac{1-\sqrt{33-32c}}{4}$	1M	
		$=\dfrac{\sqrt{33-32c}}{2}$		
		∴ $\dfrac{\sqrt{33-32c}}{2}=\dfrac{1}{2}c$	1M	
		$33-32c=c^2$		
		$c^2+32c-33=0$		
		$(c+33)(c-1)=0$		
		$c=-33$ (捨) 或 $c=1$	1A	
			--------(3)	

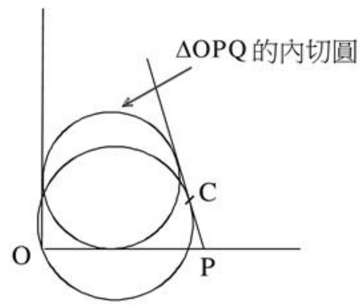
	解	分	備註
19. (a)	$\angle ADC = 360° - 90° - 2 \times 75° = 120°$		
	在 ΔADC 中，		
	$AC^2 = (2\sqrt{6})^2 + (2\sqrt{6})^2 - 2(2\sqrt{6})(2\sqrt{6})\cos 120°$	1M	或 $AC = 2(2\sqrt{6}\sin 60°) = 6\sqrt{2}$
	$AC^2 = 72$		
	在 rt.ΔABC 中		
	$2AB^2 = AC^2$		
	$AB^2 = 36$		
	$AB = 6$ (cm)	1A	
		--------(2)	
(b)	(i) 設 M 為 AB 的中點。		
	$VM = 6\sin 60°$		
	$= 3\sqrt{3}$		
	$MA = 3$		
	在 ΔAMD 中，		
	$MD^2 = 3^2 + (2\sqrt{6})^2 - 2(3)(2\sqrt{6})\cos 75°$	1M	
	$= 33 - 12\sqrt{6}\cos 75°$		$MD^2 \approx 25.39230485$
	在 rt.ΔVMD 中		
	$VD^2 = VM^2 + MD^2$		
	$= (3\sqrt{3})^2 + 33 - 12\sqrt{6}\cos 75°$		
	$VD \approx 7.238252886$		
	≈ 7.24 (cm)	1A	
	(ii) $CN = 6\cos 75°$		
	≈ 1.552914271		
	$VC = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}$		
	設 N' 為由 V 到 CD 的垂足。		
	在 ΔVCD 中，		
	$\cos\angle VCD \approx \dfrac{(6\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{6})^2 - 7.238252886^2}{2(6\sqrt{2})(2\sqrt{6})}$	1M	
	≈ 0.524519052		
	$CN' = 6\sqrt{2}\cos\angle VCD$		
	$\approx 6\sqrt{2}(0.524519052)$	1M	
	≈ 4.450691742		
	$\therefore$ $CN \neq CN'$		
	$\therefore$ N 不是由 V 到 CD 的垂足。		
	即 $\angle VNB$ 不是平面 VCD 與平面 ABCD 的交角。		
	因此，該宣稱不正確。	1A	

解	分	備註
由 N 作 $NP \perp AB$ 及 $NQ \perp BC$ 。 $PN = BC - QC$ $= 6 - 6\cos 75° \cos 75°$ $MP = MB - PB$ $= 3 - 6\cos 75° \sin 75°$ 在 rt.ΔMPN 中 $MN = \sqrt{PN^2 + MP^2}$ $= \sqrt{(6 - 6\cos 75° \cos 75°)^2 + (3 - 6\cos 75° \sin 75°)^2}$ ≈ 5.795554958 在 rt.ΔVMN 中 $VN = \sqrt{VM^2 + MN^2}$ $= \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 5.795554958^2}$ ≈ 7.783858765 在 ΔVNC 中， $VN^2 + NC^2 = 7.783858765^2 + (6\cos 75°)^2$ ≈ 63.00000001 又 $VC^2 = (6\sqrt{2})^2 = 72$ $\therefore \ VN^2 + NC^2 \neq VC^2$ $\therefore \ \angle VNC$ 不是直角。 即 $\angle VNB$ 不是平面 VCD 與平面 ABCD 的交角。 因此，該宣稱不正確。	1M 1M 1A ---------(5)	

	解	分	備註
20.	(a) (i) $\because$ H 為垂心		
	$\therefore\ \angle BDC = \angle BEC = 90^\circ$		
	$\therefore$ B、C、D 及 E 四點共圓		
	(同弓形內的圓周角的逆定理或 同弧上的圓周角的逆定理)		
	$\because\ \angle BDC = 90^\circ$		
	$\therefore$ BC 為圓的直徑		
	(半圓上的圓周角的逆定理或 直徑所對的圓周角的逆定理)		
	由於 G 為 ΔABC 的形心， 故 AM 為邊 BC 上的中線。 即 M 為 BC 的中點。 因此，M 為圓 BCDE 的圓心。		
	評分標準：		
	情況 1　附有正確理由的任何正確證明。	3	
	情況 2　未附有正確理由的任何正確證明。	2	
	情況 3　附有一正確理由和一正確步驟之未完整的證明。	1	
	(ii) $\because$ ME、MD 為圓的半徑， $\therefore\ ME = MD$ $\therefore\ \Delta MED$ 為一等腰三角形。 但 N 為底 ED 的中點， $\therefore\ MN \perp ED$ 因此，該宣稱正確。	1A ---------(4)	
	(b) (i) ED 的斜率 $= \frac{3-4}{6-4} = -\frac{1}{2}$ MN 的斜率 $= 2$ 又 $N = (5, \frac{7}{2})$ $MN : \frac{y-\frac{7}{2}}{x-5} = 2$	1M	
	即 $4x - 2y - 13 = 0$ 與 $x - 7y = 0$ 聯立， 得 $M = (\frac{7}{2}, \frac{1}{2})$		
	$MD = \sqrt{(6-\frac{7}{2})^2 + (3-\frac{1}{2})^2}$ $= \frac{5\sqrt{2}}{2}$		或 $ME = \sqrt{(4-\frac{7}{2})^2 + (4-\frac{1}{2})^2}$ $= \frac{5\sqrt{2}}{2}$
	圓 BCDE 的方程為 $(x-\frac{7}{2})^2 + (y-\frac{1}{2})^2 = \frac{25}{2}$	1M	
	即 $x^2 + y^2 - 7x - y = 0$ 代入 $x = 7y$，得 $49y^2 + y^2 - 49y - y = 0$ $y^2 - y = 0$ $y = 0$ (捨) 或 $y = 1$		
	$\therefore$ C 點坐標為 $(7,1)$	1A	

解	分	備註
(ii) 切線的斜率 $=-7$ 切線方程為 $\frac{y-1}{x-7}=-7$	1M	
即 $7x+y-50=0$ P、Q 兩點的坐標分別為 $(\frac{50}{7},0)$ 及 $(0,50)$ $PQ=\sqrt{(\frac{50}{7}-0)^2+(0-50)^2}$ $=\frac{250\sqrt{2}}{7}$ C(7, 1) 設 ΔOPQ 內切圓的半徑為 r， 則 $\frac{1}{2}(\frac{50}{7}+50+\frac{250\sqrt{2}}{7})r=\frac{1}{2}\times\frac{50}{7}\times 50$	1M+1A	
$r=\frac{2500}{400+250\sqrt{2}}$ $=\frac{50}{8+5\sqrt{2}}$ $\quad(=\frac{200-125\sqrt{2}}{7})$ ≈ 3.317614958 ≈ 3.32	1A	
	--------(7)	





試卷二

1. [B]

$$(-3)^{2017}(\frac{1}{9})^{1009} = (-3)^{2017}(\frac{1}{3^2})^{1009}$$
$$= -3^{2017} \cdot \frac{1}{3^{2018}}$$
$$= -\frac{1}{3}$$

2. [C]

$$(x-2)(x^2-2x+4) = x^3-2x^2+4x-2x^2+4x-8$$
$$= x^3-4x^2+8x-8$$

3. [B]

$2m+n+1=-1$ ------ (1)

$m-2n+5=-1$ ------ (2)

$(2)\times 2$，$2m-4n+10=-2$ ------ (3)

$(1)-(3)$，得 $5n-9=1$，$n=2$

代入 (2)，得 $m=-2$

$\therefore\ m+n=0$

4. [C]

$0.74496 = 0.745$ (準確至三位有效數字)

$0.74505 = 0.745$ (準確至三位有效數字)

$\therefore\ x = 0.745$ (準確至三位有效數字)

5. [D]

$(x+2)^2 + p \equiv (x-1)(x+q)+3$

$x^2+4x+4+p \equiv x^2+(q-1)x+3-q$

$\therefore\ q-1=4$ 及 $4+p=3-q$

$\therefore\ q=5$，$p=-6$

別解：

代入 $x=1$，得 $9+p=3$，$p=-6$

代入 $x=0$，得 $4-6=-q+3$，$q=5$

6. [B]

$$\begin{cases}-2x+5<13\\13<5x-2\end{cases}$$

$$\begin{cases}-2x<8\\15<5x\end{cases}$$

$$\begin{cases}x>-4\\x>3\end{cases}$$

$\therefore\ x>3$

7. [A]

$\because\ x=-1$ 為方程的根，

$\therefore\ 2+1+k=0$ ， $k=-3$

$2x^2-x-3=0$

$\because\ \beta$ 為方程的根，

$\therefore\ 2\beta^2-\beta-3=0$

$-4\beta^2+2\beta+6=0$

$11+2\beta-4\beta^2=5$

別解：

$-1+\beta=\dfrac{1}{2}$ ， $\beta=\dfrac{3}{2}$

$11+2\beta-4\beta^2=11+3-9=5$

8. [A]

曲線開口向上，故 $p>0$ 。

頂點的 x 坐標 $=-\dfrac{q}{2p}<0$ (頂點在第三象限)

由於 $p>0$ ，故 $q>0$ 。

9. [D]

設小智的體重為 100 單位，

則小新的體重為 $100\times120\%=120$ (單位)

又小強的體重為 $120\div(1-20\%)=150$ (單位)

$\therefore$ 小強比小智重 50%。

10. [A]

複利的利息 $=50000\times(1+1.2\%)^6-50000=3710$

單利的利息 $=50000\times2.5\%\times3=3750$

利息的差 $= \$(3750-3710) = \$40$

11. [D]

$\frac{1}{2}a = 2b = 3c$

$\frac{a}{12} = \frac{b}{3} = \frac{c}{2}$

$\therefore$ $a:b:c = 12:3:2$

$\frac{1}{a}:\frac{1}{b}:\frac{1}{c} = \frac{1}{12}:\frac{1}{3}:\frac{1}{2} = 1:4:6$

別解：

$\frac{1}{2}a = 2b = 3c$

$\frac{2}{a} = \frac{1}{2b} = \frac{1}{3c}$

$\frac{1}{a}:\frac{1}{b}:\frac{1}{c} = \frac{1}{2}:\frac{2}{1}:\frac{3}{1} = 1:4:6$

12. [C]

$z = \frac{kx^2}{y}$ ，k 為一非零常數。

$x_1 = \frac{6}{5}x$ ， $y_1 = \frac{3}{4}y$

$z_1 = \frac{k(\frac{6}{5}x)^2}{\frac{3}{4}y} = \frac{48}{25}(\frac{kx^2}{y}) = \frac{48}{25}z$

$\therefore$ z 增加 $\frac{23}{25}\times 100\% = 92\%$ 。

13. [C]

第 6 個圖案的點子數目 $= 3+4+5+6+7+8 = 33$

別解：

第 6 個圖案的點子數目 $= 49-(1+2+3+4+6) = 33$

14. [A]

幼鹽最少有 7.5 kg，即 7500 g。

每包幼鹽的最大重量小於 15.5 g。

而 $\frac{7500}{15.5} = 483.87$

$\therefore$ n 的最小可取值為 483。

15. [D]

$\angle BCG = 108° - 90° = 18°$

$\because\ CB = CG$

$\therefore \angle CBG = \dfrac{180° - 18°}{2} = 81°$

$\angle ABG = 108° - 81° = 27°$

16. [B]

設 $AE = EC = x\text{ cm}$ ， $AF = y\text{ cm}$

則 $x^2 + (y+3)^2 = 10^2 \quad (DE = 10\text{ cm})$

$x^2 + y^2 + 6y = 91 \quad \text{------ (1)}$

又 $(2x)^2 + y^2 = 13^2 \quad (CF = 13\text{ cm})$

$x^2 = \dfrac{169 - y^2}{4}$

代入 (1)，得 $\dfrac{169 - y^2}{4} + y^2 + 6y = 91$

$3y^2 + 24y - 195 = 0$

$y^2 + 8y - 65 = 0$

$y = 5$ 或 $y = -13$ (捨)

$x = \sqrt{\dfrac{169 - 25}{4}} = 6$ ，

$BC = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16$ ，

ΔABC 的面積 $= \dfrac{12 \times 16}{2} = 96\ (\text{cm}^2)$

17. [A]

設圓錐體的底半徑為 r cm ，

則 $2\pi \times 10 \times \dfrac{216}{360} = 2\pi r$

$r = 6$

圓錐體的高 $= \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$

圓錐體的體積 $= \dfrac{1}{3}\pi \times 6^2 \times 8 = 96\pi(\text{cm}^3)$

18. [D]

ΔABE 的面積 $= 96 \times \dfrac{3^2}{2^2} = 216$

ΔDEC 的面積 $= 216 \times \dfrac{2}{3} = 144$

ΔADE 的面積 $= 216 + 144 = 360(\text{cm}^2)$

19. [D]

$$\text{AC} = \frac{\text{DC}}{\cos\beta}$$

$$\text{DB} = \frac{\text{DC}}{\tan\alpha}$$

$$\therefore\ \frac{\text{AC}}{\text{DB}} = \frac{\tan\alpha}{\cos\beta}$$

20. [C]

$$\frac{\cos 0° + \cos(90° - \theta)}{\sin(90° + \theta)} - \frac{\cos(180° + \theta)}{1 - \sin(360° - \theta)}$$

$$= \frac{1+\sin\theta}{\cos\theta} - \frac{-\cos\theta}{1+\sin\theta}$$

$$= \frac{(1+\sin\theta)^2 + \cos^2\theta}{\cos\theta(1+\sin\theta)}$$

$$= \frac{1 + 2\sin\theta + \sin^2\theta + \cos^2\theta}{\cos\theta(1+\sin\theta)}$$

$$= \frac{2(1+\sin\theta)}{\cos\theta(1+\sin\theta)} \quad = \frac{2}{\cos\theta}$$

21. [B]

連 OD，AC 及 AD。

$\angle\text{DOC} = 180° - 2\times 46° = 88°$

$\angle\text{DAC} = \frac{88°}{2} = 44°$

$\angle\text{ADC} = 180° - 123° = 57°$

$\angle\text{ACD} = 180° - 57° - 44° = 79°$

$\angle\text{AED} = 180° - 79° = 101°$

別解：

連 AO，AC。

$\angle\text{AOC} = 360° - 2\times 123° = 114°$

$\angle\text{ACO} = \frac{180° - 114°}{2} = 33°$

$\angle\text{AED} = 180° - 33° - 46° = 101°$

22. [C]

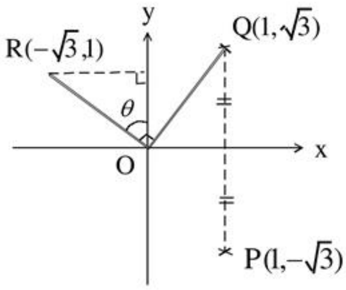
$(n-2)\times 180° = 1440°$ (n 為邊數)

$n = 10$

每一內角 $= \frac{1440°}{10} = 144°$

對角線的數目 $=\frac{10(10-3)}{2}=35$ （或 $C_2^{10}-10=35$）

23. [D]



$\tan\theta=\frac{\sqrt{3}}{1}$

$\theta=60°$

$OR=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=2$

$\therefore$ R 點的極坐標為 $(2, 150°)$。

24. [D]

根據直徑所對的圓周角的逆定理知道答案為 D。

25. [D]

設交點為 $(k, 0)$，

則 $2k+4=0$，$k=-2$

又 $mk+2=0$

$-2m+2=0$，$m=1$

L_1 ：$2x-y+4=0$，斜率 $m_1=-\frac{2}{-1}=2$

L_2 ：$mx+ny+2=0$，斜率 $m_2=-\frac{m}{n}$

$\because$ $L_1 \perp L_2$

$\therefore$ $2(-\frac{m}{n})=-1$

代入 $m=1$，得 $n=2$。

26. [A]

$\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}y^2-3x+5y+9=0$

$x^2+y^2-6x+10y+18=0$

圓心 $=(3, -5)$，半徑 $=\frac{1}{2}\sqrt{36+100-72}=4$

令 $x=0$，得 $y^2+10y+18=0$

$\because \Delta=10^2-72>0$

$\therefore$ 圓與 y 軸交於兩相異點。

原點與圓心的距離 $=\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{34}>4$

27. [A]

所求概率 $=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$

別解：

所求概率 $=\frac{1}{C_2^4}=\frac{1}{6}$

積	1	4	6	15
1		4	6	15
4	4		24	60
6	6	24		90
15	15	60	90	

28. [C]

$$\text{所求期望值}=20\times\frac{5}{10}+50\times\frac{4}{10}+500\times\frac{1}{10}$$
$$=80\,(\text{元})$$

29. [B]

當 x 增加時，$\frac{1}{y}$ 減少，即 y 增加。

30. [A]

$$\frac{11+18+12+14+14+20+7+16+10+p+q}{11}=14$$

$\therefore\ p+q=32$

當 $p=13$，$q=19$ 時，中位數為 14。

因此，II 及 III 必為正確是不成立的。

31. [C]

$$\frac{1}{x^2-2x+1}-\frac{1}{x^2-1}$$
$$=\frac{1}{(x-1)^2}-\frac{1}{(x+1)(x-1)}$$
$$=\frac{(x+1)-(x-1)}{(x-1)^2(x+1)}$$
$$=\frac{2}{(x-1)^2(x+1)}$$

32. [A]

$$\text{斜率}=\frac{4}{2}=2$$

$$\log_{\frac{1}{2}} y=2x+4$$

$$y=(\frac{1}{2})^{2x+4}=2^{-2x-4}=2^{-4}\cdot 2^{-2x}=\frac{1}{16}(\frac{1}{4})^x$$

$\therefore \ a=\dfrac{1}{16}$

33. [D]

$$\begin{aligned}5\times2^7+2^5+17 &=(2^2+1)\times2^7+2^5+2^4+1\\&=2^9+2^7+2^5+2^4+1\\&=1010110001_2\end{aligned}$$

34. [C]

$uv=\dfrac{i}{a+i}\cdot\dfrac{i}{a-i}=\dfrac{-1}{a^2+1}$ 為一實數，故 I 成立。

$u=\dfrac{i}{a+i}\times\dfrac{a-i}{a-i}=\dfrac{1+ai}{a^2+1}=\dfrac{1}{a^2+1}+\dfrac{a}{a^2+1}i$

$v=\dfrac{i}{a-i}\times\dfrac{a+i}{a+i}=\dfrac{-1+ai}{a^2+1}=-\dfrac{1}{a^2+1}+\dfrac{a}{a^2+1}i$

故 II 成立。

$\dfrac{1}{u}=\dfrac{a+i}{i}=\dfrac{ai-1}{-1}=1-ai$

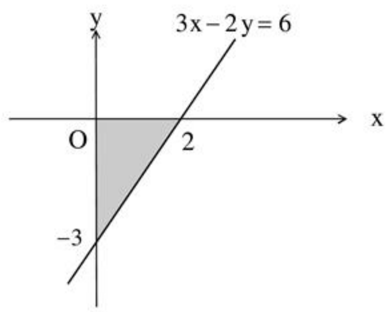
$\dfrac{1}{v}=\dfrac{a-i}{i}=\dfrac{ai+1}{-1}=-1-ai$

故 III 不成立。

35. [D]

當 $\begin{cases}x\ge0\\y\le0\\3x-2y\le6\end{cases}$

時， $p=2x-3y$ 既有最大值也有最小值。



36. [B]

$b^2=ac$

$2\log b=\log a+\log c$，故 I 成立。

$b^2=ac$， $\dfrac{c}{b}=\dfrac{b}{a}$ ，a、b、c 成 G.S.

$\dfrac{2^c}{2^b}=2^{c-b}$ ， $\dfrac{2^b}{2^a}=2^{b-a}$

故 II 不成立。

又 $\dfrac{c^m}{b^m}=(\dfrac{c}{b})^m$ ， $\dfrac{b^m}{a^m}=(\dfrac{b}{a})^m=(\dfrac{c}{b})^m$

故 III 成立。

37. [D]

$\sin x(3\cos^2 x+4\cos x-4)=0$

$\sin x(3\cos x-2)(\cos x+2)=0$

$\sin x=0$ 有 3 個根；$\cos x=\dfrac{2}{3}$ 有 2 個根；$\cos x=-2$ 無解。

$\therefore$ 方程共有 5 個根。

38. [C]

$a=-\dfrac{3+1}{2}=-2$ ，$k=1$

又由 $0=-2\cos(40^\circ+\theta)+1$ ，

得 $\cos(40^\circ+\theta)=\dfrac{1}{2}$

$\theta=20^\circ$

39. [D]

$AB=\sqrt{5^2+12^2}=13$

作 $QN\perp AB$ 使垂足為 N。

$QN=\dfrac{12\times 5}{13}=\dfrac{60}{13}$

在 rt.ΔPQN 中，

$\tan\theta=\dfrac{8}{QN}=\dfrac{8}{\frac{60}{13}}=\dfrac{26}{15}$

40. [B]

連 PB，並設 $\angle PAQ=x$ ，$\angle RPB=a$ ，$\angle RAQ=b$ 。

$\angle APB=90^\circ$

$x=\angle RPT=44^\circ$

又 $a=b$

在 ΔAPR 中，

$a+90^\circ+x+b+24^\circ=180^\circ$

$2b=22^\circ$ ，$b=11^\circ$

$\angle AQP=b+24^\circ=35^\circ$

41. [B]

由點 $(3,-1)$ 作 $3x+4y+5=0$ 的垂線，

則垂線的斜率 $=\dfrac{4}{3}$

其方程為 $\dfrac{y+1}{x-3}=\dfrac{4}{3}$，即 $4x-3y-15=0$

解 $3x+4y+5=0$ 及 $4x-3y-15=0$，得交點 $(\dfrac{9}{5},-\dfrac{13}{5})$

半徑 $=\sqrt{(\dfrac{9}{5}-3)^2+(-\dfrac{13}{5}+1)^2}=2$

圓方程為 $(x-3)^2+(y+1)^2=4$

即 $x^2+y^2-6x+2y+6=0$

別解：

半徑=$\left|\dfrac{3(3)+4(-1)+5}{\sqrt{3^2+4^2}}\right|=2$

圓方程為 $(x-3)^2+(y+1)^2=4$

42. [C]

所求概率 $=\dfrac{3}{5}\times\dfrac{3}{7}\times\dfrac{3}{5}+\dfrac{3}{5}\times\dfrac{4}{7}\times\dfrac{2}{5}+\dfrac{2}{5}\times\dfrac{2}{7}\times\dfrac{4}{5}+\dfrac{2}{5}\times\dfrac{5}{7}\times\dfrac{3}{5}$

$=\dfrac{97}{175}$

43. [C]

排列的數目 $=5!C_3^6C_2^4\cdot 3!2!$

$=172800$

44. [A]

四分位數間距 $=64-42=22$ 分

平均值 $=55$ 分，標準差 $=14.6628783$ 分

31 分那位學生的標準分 $=\dfrac{31-55}{14.6628783}=-1.636786415>-2$

故 II 成立。

標準分為 1.3 分的對應分數為

$1.3\times 14.6628783+55=74.06174179$

故只有 2 人的標準分高於 1.3。

故 III 不成立。

45. [A]

平均值 $=\dfrac{-3a+b-3a+5b-3a-3b-3a+9b-3a-7b}{5}$

$=-3a+b$

標準差 $=\sqrt{\dfrac{0^2+(4b)^2+(-4b)^2+(8b)^2+(-8b)^2}{5}}$

$$= \sqrt{\frac{160}{5}} b$$

$$= 4\sqrt{2} b$$

試卷二

Paper 2

題號 Question No.	答案 Key	題號 Question No.	答案 Key
1.	B (74)	26.	A (43)
2.	C (89)	27.	A (56)
3.	B (78)	28.	C (66)
4.	C (51)	29.	B (45)
5.	D (56)	30.	A (34)
6.	B (65)	31.	C (66)
7.	A (63)	32.	A (43)
8.	A (57)	33.	D (51)
9.	D (42)	34.	C (36)
10.	A (46)	35.	D (30)
11.	D (44)	36.	B (39)
12.	C (66)	37.	D (28)
13.	C (85)	38.	C (39)
14.	A (23)	39.	D (39)
15.	D (55)	40.	B (39)
16.	B (56)	41.	B (39)
17.	A (51)	42.	C (36)
18.	D (38)	43.	C (37)
19.	D (63)	44.	A (32)
20.	C (61)	45.	A (32)
21.	B (53)		
22.	C (80)		
23.	D (47)		
24.	D (44)		
25.	D (41)		

註：括號內數字為答對百分率。

Note: Figures in brackets indicate the percentages of candidates choosing the correct answers.